

Herleitung der Schwingungsgleichung:

Der Versuch mit dem 1-Hz Schwingkreis hat gezeigt, dass eine Abhängigkeit der Schwingungsfrequenz von der Induktivität der Spule und von der Kapazität des Kondensators besteht. Die Induktivität der Spule wird durch ein Halbieren der Windungszahl erreicht, ohne das dabei die Geometrie der Spule verändert wird. Die Induktivität einer Spule berechnet sich zu:

$$L = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot n^2 \cdot \frac{A}{l}$$

$$\mu_r = \text{Permeabilitätszahl}$$

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$$

$$A = \text{Querschnittsfläche}$$

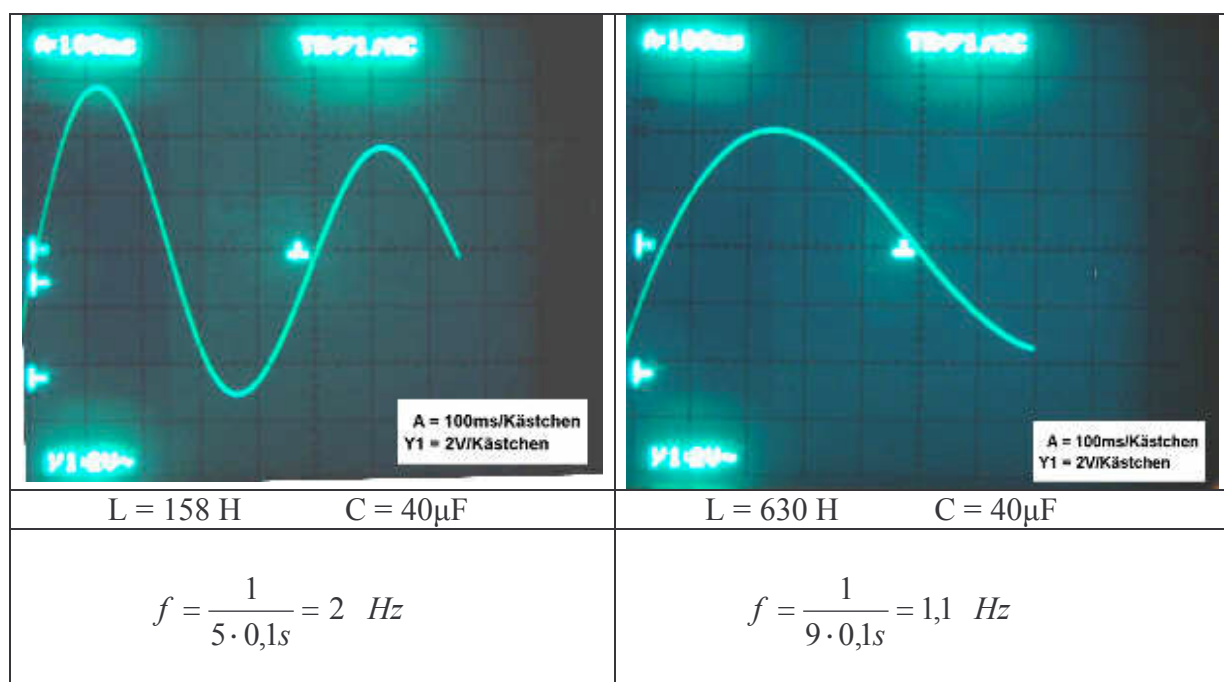
$$l = \text{Spulenlänge}$$

$$n = \text{Windungszahl der Spule}$$

Wird also die Windungszahl halbiert, so verringert sich die Induktivität um den Faktor 4 solange die Geometrie der Spule erhalten bleibt.

Die Induktivität der Spule mit 10200 Windungen beträgt 630 Henry, die Induktivität der Spule mit der halben Windungszahl 158 Henry.

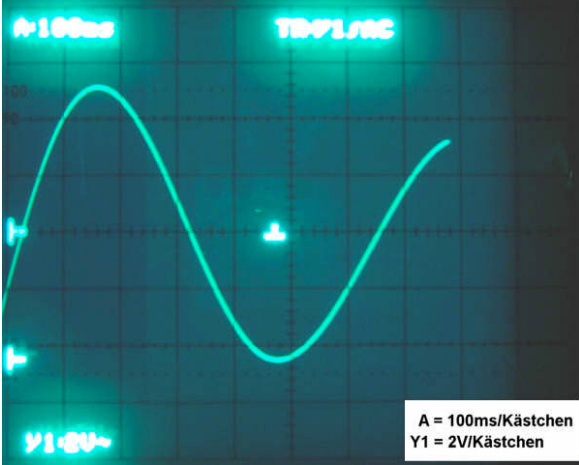
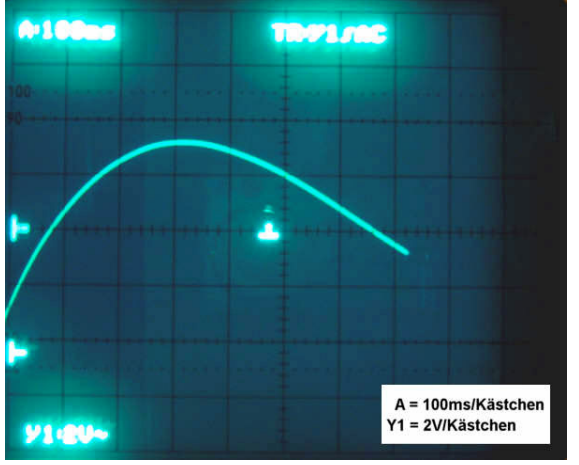
Abhängigkeit von der Induktivität



Ergebnis: Die Frequenz verdoppelt sich, wenn die Induktivität um den Faktor 4 sinkt. Damit ist die Frequenz antiproportional zur Wurzel von L

$$f \sim \frac{1}{\sqrt{L}}$$

Abhängigkeit von der Kapazität

	
$L = 630\text{H} \quad C = 16\mu\text{F}$	$L = 630\text{H} \quad C = 64\mu\text{F}$
$f = \frac{1}{6,1 \cdot 0,1\text{s}} = 1,64\text{ Hz}$	$f = \frac{1}{5,9 \cdot 2 \cdot 0,1\text{s}} = 0,84\text{ Hz}$

Ergebnis: Die Frequenz verdoppelt sich, wenn man die Kapazität des Kondensators um den Faktor 4 verringert. Damit ist die Frequenz antiproportional zur Wurzel von C

$$f \sim \frac{1}{\sqrt{C}}$$

Bestimmung des Proportionalfaktors:

Aus den beiden Ergebnissen lässt sich folgende Formel herleiten:

$$f = k \cdot \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

Nimmt man nur einen Messwert und setzt die bekannten Größen ein, so lässt sich k bestimmen.

$$k = f \cdot \sqrt{L \cdot C}$$

$$k = 2\text{Hz} \cdot \sqrt{158\text{H} \cdot 40 \cdot 10^{-6}} \approx 0,159$$

$$k = \frac{1}{2 \cdot \pi}$$

Man erhält dann folgende Gleichung:

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Diese Gleichung wurde von Thomson theoretisch hergeleitet.