Name: **Datum:**

Der MILLIKAN - Versuch - Arbeitsblatt zur Theorie (Methode 1)

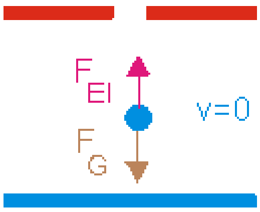
Die erste Methode zur Bestimmung der Elementarladung e besteht darin,

- zuerst ein Öltröpfchen durch Anlegen einer Spannung in der Schwebe zu halten (Schweben im Elektrischen Feld) und die dazu nötige Spannung zu messen und
- dann das gleiche Öltröpfchen ‚frei' fallen zu lassen (Fallen ohne Elektrisches Feld) und dabei seine Geschwindigkeit zu messen.

Schweben mit Elektrischem Feld

Durchführung und Beobachtung: An die Kondensatorplatten wird eine Spannung U angelegt und so eingestellt, dass das Öltröpfchen schwebt. Für ein negativ geladenes Tröpfchen muss die obere Platte positiv und die untere Platte negativ geladen werden.

Erklärung: Auf das Tröpfchen wirken die Gewichtskraft F_G nach unten und die betraglich gleich große Elektrische Kraft F_{El} nach oben, so dass keine resultierende Kraft mehr wirkt und das Tröpfchen ruht.



Auswertung: Es gilt somit folgendes Kräftegleichgewicht:

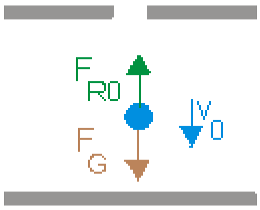
Die Elektrische Kraft $F_{El} = +q \cdot E$ (q: Ladung des Tröpfchens; E: Elektrische Feldstärke des an die Metallplatten angelegten Elektrischen Feldes) ist betragsgleich der Gewichtskraft $F_G = -m \cdot g$ (m: Masse des Tröpfchens; g: Erdbeschleunigung):

$$|F_{El}| = |F_G|$$
$$q \cdot E = m \cdot g \quad \text{(Gleichung 1)}$$

Fallen ohne Elektrisches Feld

Durchführung und Beobachtung: An die Kondensatorplatten wird keine Spannung angelegt. Ohne angelegte Spannung fällt das Tröpfchen nach einer kaum beobachtbaren Beschleunigungsphase mit konstanter Geschwindigkeit v_0 nach unten.

Erklärung: Auf das Tröpfen wirkt zuerst nur die Gewichtskraft F_G nach unten, so dass das Tröpfchen nach unten beschleunigt wird. Durch die größer werdende Geschwindigkeit steigt nun die der Bewegung entgegengerichtete STOKESsche Reibungskraft $F_{R0}{}^{(*)}$ so lange an, bis sie betraglich gleich der Gravitationskraft F_G ist. Ab diesem Zeitpunkt wirkt auf das Tröpfchen keine resultierende Kraft mehr und es bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit weiter nach unten.



Auswertung: Es gilt somit folgendes Kräftegleichgewicht:

Die STOKESsche Reibungskraft $F_{R0} = +6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v_0$ (η: Zähigkeit der Luft; r: Radius des Tröpfchens; v_0: Geschwindigkeit des Tröpfchens beim Fallen) ist betragsgleich der Gewichtskraft $F_G = -m \cdot g$ (m: Masse des Tröpfchens; g: Erdbeschleunigung):

$$|F_{R0}| = |F_G|$$
$$6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v_0 = m \cdot g \quad \text{(Gleichung 2)}$$

Durch Einsetzen von $m = \rho_{Öl} \cdot V = \rho_{Öl} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$ ($\rho_{Öl}$: Dichte von Öl; V: Volumen des Tröpfchens; r: Radius des Tröpfchens) und $E = \frac{U}{d}$ (U: Spannung zwischen den Metallplatten; d: Abstand der Metallplatten) sowie Eliminieren der schwer zu bestimmenden Größe r aus den entstehenden Gleichungen erhält man für die Ladung q

$$q = \frac{9\sqrt{2} \cdot \pi \cdot d}{U} \sqrt{\frac{\eta^3 \cdot {v_0}^3}{\rho_{Öl} \cdot g}} \quad \text{(Gleichung 3)}$$

Die Größen $\eta, \rho_{Öl}$ und g können aus Tabellen entnommen, die Größen U, d und v_0 gemessen werden, so dass die Ladung q berechnet werden kann.

Arbeitsaufträge:

1. *Leiten Sie mit Hilfe der folgenden Arbeitsschritte Gleichung 3 zur Berechnung der Ladung q her:*

- **a)** *Ersetzen Sie in Gleichung 2 die Größe m durch* $m = \rho_{Öl} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$*, fassen Sie so weit wie möglich zusammen und lösen Sie die Gleichung nach r auf. Die dadurch neu entstehende Gleichung sei Gleichung 2.1.*
- **b)** *Ersetzen Sie in Gleichung 1 die Größe m durch* $m = \rho_{Öl} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$ *und die Größe E durch* $E = \frac{U}{d}$ *und lösen Sie die Gleichung nach q auf. Die dadurch neu entstehende Gleichung sei Gleichung 1.1.*
- **c)** *Ersetzen Sie die Größe r in Gleichung 1.1 durch den gleichwertigen Term für r aus Gleichung 2.1 und fassen Sie die rechte Seite der neuen Gleichung so weit wie möglich zusammen. Es ergibt sich durch Zusammenfassen und Vereinfachen Gleichung 3.*

(*) Die **STOKESsche Reibungskraft** $F_R = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$ (η: Zähigkeit der Luft; r: Radius des Tröpfchens; v: Geschwindigkeit des Tröpfchens) ist eine aus der Strömungslehre für laminare Strömungen bekannte Kraft auf kugelförmige Körper in einem ‚zähen' Medium mit der Zähigkeit η. Die STOKESsche Reibungskraft tritt nur dann auf, wenn sich das Tropfchen bewegt und wirkt dann der Bewegungsrichtung entgegen. Die Kraft wächst zudem mit der Geschwindigkeit und zwar so lange, bis sich das Tröpfchen nur noch mit konstanter Geschwindigkeit bewegt.

Für eine präzisere Messauswertung, die wir an dieser Stelle nicht durchführen werden, müssen weitere Kräfte bzw. Korrekturfaktoren berücksichtigt werden:

Die **Auftriebskraft** in der Luft $F_A = +\rho_{Luft} \cdot V \cdot g$ (; ρ_{Luft}: Dichte von Luft; V: Volumen des Tröpfchens; g: Erdbeschleunigung). Da die Dichte von Luft gegenüber der Dichte von Öl sehr klein ist, kann man vereinfachend die Auftriebskraft des Tröpfchens in Luft vernachlässigen.

Die **CUNNINGHAMsche Korrektur** der STOKESschen Reibungskraft: Beim Zerstäuben von Öl erhält man so kleine Kugeln, dass der Radius der beobachteten Tröpfchen in der gleichen Größenordnung liegt wie die mittlere freie Weglänge der Luftmoleküle und das Gesetz von STOKES nur noch bedingt gilt. Die Tröpfchen bewegen sich nicht wie Kugeln durch eine Front von Luftmasse, sondern manövrieren sich zwischen den Luftmolekülen hindurch und erfahren durch Stöße mit einzelnen Molekülen Bremskräfte. Der mittlere Abstand der Luftmoleküle beträgt etwa $10^{-7}\,m$. Erstaunlicherweise lässt sich auch diese Situation pauschal erfassen. Man muss lediglich einen Korrekturfaktor in das STOKESsche Gesetz einbauen. Als Erfahrungswert erhält man für die Zähigkeit von Luft $\eta' = \frac{\eta}{(1 + 0{,}83 \cdot \frac{10^{-7}\,m}{r})}$ (r: Radius des Tröpfchens). Für ein Tröpfchen mit dem Radius $r = 2{,}8 \cdot 10^{-8}\,m$ wäre $\eta' = 0{,}25\eta$ nur noch ein Viertel des Wertes für eine Kugel, für $r = 8{,}3 \cdot 10^{-7}\,m$ wäre $\eta' = 0{,}9\eta$. Je kleiner also die Tröpfchen, desto größer die Abweichung vom STOKESschen Gesetz.